Pierre Ageron.

Dix-sept chameaux, huit galettes et quatre-vingt un palmiers. Circulation et mouvance de trois problèmes arithmétiques de la tradition arabe.

1) Le problème des dix-sept chameaux.

Un père mourut en laissant dix-sept chameaux à ses trois fils. Son testament prévoyait que l'aîné hériterait de la moitié des chameaux, le cadet du tiers et le benjamin du neuvième. Le partage semblant impossible, on consulta un sage. Celui-ci ajouta un chameau lui appartenant aux dix-sept formant l'héritage. Le partage fut alors facile : neuf chameaux pour l'aîné, six pour le cadet et deux pour le benjamin. Comme ceci ne faisait au total que dix-sept, le sage put reprendre possession de son chameau...

Cet apparent paradoxe arithmétique est aujourd'hui un grand classique des manuels de collège français ; on le trouve même dans un livre de préparation au CAPES de mathématiques [1]. Il s'agit en fait d'un problème de proportionnalité, qu'on pourrait résoudre (mais on y perdrait beaucoup !) sans faire intervenir le chameau du sage, en disant simplement que les nombres de chameaux revenant aux trois frères doivent être respectivement à $\frac{1}{2}$, à $\frac{1}{3}$ et à $\frac{1}{9}$ ce que 17 est à la somme $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$. La surprenante inutilité *a posteriori* du dix-huitième chameau s'explique justement par le fait que $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}<1$ et plus précisément que $(2,3,9,18)$ est solution de l'équation :

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{n}=1 \qquad (*)$$

ce qui montre l'existence d'un lien entre le problème des chameaux et la question des décompositions en fractions égyptiennes (de numérateur 1). Toute solution $(a,b,c,n)\in\mathbf{N}^4$ de l'équation $(*)$ telle que $1\leq a<b<c\leq n$ et a, b, c divisent n fournit d'ailleurs une variante à $n-1$ chameaux du problème. On peut montrer, ce que je laisse comme divertissement au lecteur, qu'il en existe exactement sept. (*Indication* : encadrer a, puis b...) Des variantes d'un autre type ont été considérées par Henri Bareil dans un de ses derniers articles [2] ; je soumets celle-ci au lecteur : comment le sage peut-il partager soixante-cinq chameaux en une moitié à l'aîné, un tiers au cadet, un quart au benjamin ?

Il semble n'exister ni analyse didactique, ni étude historique du problème des dix-sept chameaux : l'une et l'autre seraient pourtant largement justifiées par sa notoriété. Du point de vue historique se pose notamment la question : est-ce une fantaisie récente ou un authentique problème traditionnel arabe ? Il m'a suffi de taper en arabe *sab'ata 'ashra jamalan* ou *sab'ata 'ashra ba'îran* (dix-sept chameaux) dans un moteur de recherche sur Internet pour réaliser que c'est la deuxième réponse qui vaut et que le sujet est immense ! J'ai alors commencé un travail exhaustif de recherche et confrontation des sources. Bien

[1] Dany-Jack Mercier, *L'épreuve d'exposé au CAPES mathématiques* (Paris, 2006) p. 88 et 446.

[2] Henri Bareil, « Des chameaux sans conflits ni confits », *Bulletin de l'APMEP* 472 (2007) p. 648-656.

qu'il soit loin d'être fini, j'ai pensé utile de présenter dès maintenant aux lecteurs du *Miroir des maths* quelques indications sur l'origine et la circulation de ce problème. Deux grandes routes semblent à distinguer : l'une va du Moyen-Orient à la Grande-Bretagne, l'autre de l'Afrique du nord à la France.

a) *Les dix-sept chameaux, du Moyen-Orient à la Grande-Bretagne.*

C'est au sein d'une très ancienne tradition musulmane qu'est contée l'anecdote des dix-sept chameaux. Le rôle du sage y est généralement tenu par 'Alî bin Abî Tâlib. On sait peut-être que 'Alî, mort en 661, fut à la fois le cousin, le gendre et le quatrième successeur (*khalîfa*) du prophète de l'Islam, et qu'il est particulièrement vénéré chez les musulmans chiites. Au fil des siècles s'est constituée une riche littérature sur les paroles et les vertus attribuées à 'Alî, dans laquelle furent entre autres mises en avant ses dispositions pour les mathématiques [3]. Ces ouvrages lui attribuent la résolution de divers problèmes d'arithmétique juridique, dont les plus célèbres sont le problème du *minbar* (la chaire), le problème des dinars, le problème des huit galettes [4], le problème de la femme qui accouche après six mois, le problème de l'antre du lion et le problème des dix-sept chameaux [5]. J'espère faire un jour une étude détaillée des sources arabes anciennes du problème des dix-sept chameaux ; les sources arabes contemporaines que j'ai pu consulter se réfèrent soit à Muhammad Mahdî al-Nirâqî (Iranien, 1716-1795) [6], soit à Sharaf al-dîn Ismâ'îl Ibn al-Muqri' (Yéménite, 1353-1433) [7] – mais l'existence de sources plus anciennes encore ne fait guère de doute. Point commun entre ces deux auteurs : s'ils parlent bien de trois hommes en litige au sujet de dix-sept chameaux, il ne précisent aucunement que ces hommes sont des frères, ni que les chameaux constituent un héritage – peut-être parce que la validité d'un testament aussi bizarre serait fort douteuse en droit islamique. La seule différence notable entre les deux versions réside dans l'expression mathématique de la condition essentielle du partage : l'une dit qu'il ne doit pas y avoir de reste, ou de chameau non attribué, l'autre qu'il ne doit pas y avoir de fraction, impliquant le sacrifice d'un chameau. Je connais cependant une troisième version arabe, apparemment une expansion des précédentes [8], qui précise qu'il s'agit de partager un héritage entre trois frères selon les dispositions du testament de leur père et est riche encore d'autres détails comme : « Il ['Alî] appela son serviteur Qundur [lire probablement Qanbar] et lui dit : "Tu vas ajouter notre chameau roux à ces chameaux !" »

---

[3] Selon al-Yafrashî (XIII^{e} siècle), 'Alî aurait appris l'algèbre en cinq jours, bien avant qu'al-Khuwârizmî n'en mît les éléments par écrit. Voir : Ahmed Djebbar, *L'algèbre arabe* (Paris, 2005) p. 41-42.

[4] Ce problème fera l'objet d'un article dans le prochain *Miroir*.

[5] Ahmad Muhammad Jawâd Muhsin, *'ilm al-hisâb 'ind al-imâm 'Alî 'alayhi al-salâm* (La science du calcul chez l'imâm 'Alî) (1967) article en arabe en ligne sur plusieurs sites.

[6] Ahmad Amîn, *al-takâmul fî al-islâm* (1963) vol. 4, p. 159, citant : *mushkilât al-'ulûm* (Les problèmes des sciences) de al-Nirâqî.

[7] Husayn 'Alî al-Shafâ'î, *al-haqq al-mubîn fî qadâ' amîr al-mu'minîn 'Alî bin Abî Tâlib* (La vérité éclatante sur la justice du Commandeur des croyants 'Alî bin Abî Tâlib) (1962) p. 115, citant : *sharh badî'at Ibn al-Muqri'*.

[8] Zahid Badr al-dîn, *tarâ'if wa nawâdir fî l-mâdî wa l-hâdir* (Facéties et bons mots du passé et du présent) (1992) p. 79. Cité d'après la traduction de Jean-Jacques Schmidt dans : *Le livre de l'humour arabe* (Paris, 2005) p. 26.

Quand l'Europe s'est-elle approprié le problème des dix-sept chameaux ? Il me semble que ce n'est pas avant la deuxième moitié du XIX^{e} siècle, et que c'est en Grande-Bretagne qu'il pénétra d'abord, en provenance du Moyen-Orient. Les Britanniques étaient alors très présents dans cette région du monde pour leurs intérêts économiques ; un missionnaire de l'Église d'Angleterre s'y trouvait aussi : le Révérend Fletcher, arrivé à Mossoul en 1842. Dans ses souvenirs publiés en 1850, il fit connaître notre anecdote à ses compatriotes, sous une forme atypique mettant en jeu des chevaux au lieu de chameaux et remplaçant ʻAlî par un anonyme cadi (*qâdî*, juge musulman). Les trois frères, ravis du jugement, s'exclament : « Mashallah! [Que la volonté de Dieu soit faite !] Ô cadi, ta sagesse égale celle de notre Seigneur, Suleiman Ibn Daood [le roi Salomon] » [9]. Par la suite, divers journaux britanniques voués à l'instruction populaire publièrent d'autres versions, avec chameaux, dont plusieurs présentent des particularités intéressantes. Dans l'une d'elles [10], présentée comme persane, le sage est désigné comme « mollah » (maître savant, forme persane typique des pays chiites) et traite les trois frères qui se querellent d'« hommes de Belial » (nom d'un démon biblique). Dans une deuxième [11], il est nommé « Mohammed Ali », puis simplement « Ali », ce qui me semble être un vestige de la version chiite de l'histoire. Dans une troisième [12], il est à nouveau un cadi anonyme, mais dont le chameau favori, accordé aux frères pour faciliter le partage, porte un nom plutôt surprenant : ce chameau s'appelle Fatima ! Dans l'histoire de l'Islam, Fâtima est la fille préférée de Muhammad et l'épouse de ʻAlî. Tout se passe donc ici comme si ʻAlî avait poussé la générosité jusqu'à prêter sa propre femme, sous la forme d'un très beau chameau [13], avant bien sûr de la reprendre. En effet, aucun des trois fils ne retrouve Fatima parmi les chameaux qui lui reviennent, ce qui les fait naïvement conclure : « Sans doute El Shaitan [Satan] l'a transformé en un chameau d'aspect moins noble ».

De Grande-Bretagne, les dix-sept chameaux atteignirent vite l'Amérique du nord ; je laisse aujourd'hui cette route de côté [14] pour aller les retrouver en Afrique.

b) *Les dix-sept chameaux, de l'Afrique du nord à la France.*

L'anecdote des dix-sept chameaux est certainement arrivée anciennement au Maghreb. Je ne connais pas pour l'instant de sources écrites, mais j'ai trouvé des attestations de sa circulation orale datant de l'époque coloniale. Dans ces pays sunnites, la glorification des mérites de ʻAlî est visiblement passée au second plan et sa personne a été remplacée par un personnage anonyme, le plus souvent un cadi (juge) ou un derviche (homme religieux vivant pauvrement), qui prête ou qui emprunte un dix-huitième chameau. Le militaire français Paul Wachi l'inséra dans ses *Souvenirs* d'Algérie à la suite d'un tableau du fonctionnement

9 James Phillips Fletcher, *Narrative of a Two Years' Residence at Nineveh, and Travels in Mesopotamian, Assyria and Syria* (Londres, 1850) vol. 2, p. 15-17

10 *The Leisure hour* (Londres, 1869) p. 319

11 *Chambers's Journal of Popular Literature, Science and Arts* 40 (Londres, 1872) p. 450.

12 « Some puzzles », *Knowledge* 9 (Londres, 1886) p. 305

13 L'orientaliste Louis Massignon a signalé qu'un des sens anciens du mot Fâtima est « jeune chamelle sevrée ».

14 Je signale quand même l'anecdote dans l'édition américaine du livre de Fletcher (Philadelphie, 1850) p. 206, et dans la rubrique « Amusement for winter evenings », *The New Dominion Monthly* (Montréal, déc. 1869) p. 46.

de la justice en tant que « curieux exemple de jugement de cadi » [15]. En 1895, un certain Louvet la présenta aux lecteurs du *Figaro* comme un conte « narré par un magistrat musulman du Sud algérien ». Dans sa version, les trois frères avaient, pour la première fois, des noms : Hassein (sic), Mohamed et Mustapha ; quant au sage, c'était un derviche sur le chemin de retour de la Mecque. Du point de vue mathématique, Louvet fit, de manière peu exacte, le lien entre la méthode du derviche et la « règle de fausse supposition » et conjectura à tort que d'autres nombres que 17 et 18 ne conviendraient pas [16]. On dispose aussi du témoignage de l'écrivain marocain Driss Chraïbi, à qui son père raconta le problème à la fin des années 1930 dans une version avec dix-sept chevaux et un ermite, puis demanda malicieusement de le soumettre à son professeur de mathématiques, ce qui ne manqua pas de déstabiliser l'enseignant français [17]. J'ai enfin repéré une version, avec dix-sept chameaux et un cadi, collectée en 1947 en Mauritanie par Paul Dubié, administrateur des colonies [18].

C'est donc semble-t-il indépendamment de la Grande-Bretagne et par des récits venus d'Algérie que le problème des dix-sept chameaux pénétra en France. Hormis le livre de Paul Wachi et l'article du *Figaro* déjà signalés, l'anecdote apparut entre 1889 et 1900 chez divers spécialistes des divertissements mathématiques : Alphonse Rebière [19], Édouard Lucas [20], Charles Bergmans [21], Étienne Ducret [22], Émile Fourrey [23]. Dans la première édition du livre de Rebière (1889), l'anecdote était mutilée de ce qui lui donne son sel : le prêt du chameau supplémentaire. Les choses furent heureusement rétablies dans la deuxième édition (1893) ! À l'image des versions maghrébines, les versions françaises considèrent en général les hommes comme trois frères et remplacent l'imâm ʻAlî par un cadi. Ducret se singularise cependant en parlant de trois personnes et d'un voisin. Le père est « un Arabe » pour Rebière, Lucas et Fourrey, mais « un Turc » pour Bergmans. Ce dernier auteur est par ailleurs celui qui indique le plus clairement qu'il ne s'agit de rien d'autre dans ce problème que de proportionnalité. Chez Lucas on lit que le problème « provient des traités d'arithmétique des mathématiciens arabes », ce dont je n'ai trouvé aucune confirmation.

Au total, la multiplicité des versions montre que le transfert de cette énigme mathématico-juridique du monde arabe à l'Europe ne doit pas être considéré comme un fait unique et datable, mais comme un faisceau dense d'événements largement indépendants

---

15 Paul Alphonse Amable Wachi (Kiva), *En Algérie. Souvenirs* (Paris, 1894) p. 106 (chapitre daté de 1882).

16 Louvet, « Problème des chameaux. Conte arabe », *Le Figaro*, supplément littéraire, 21 et 28 septembre 1895.

17 Driss Chraïbi, *Vu, lu, entendu* (Paris, 1998) p. 59-61.

18 Paul Dubié, « 'Lergat' : devinettes, problèmes (Mauritanie) », *Notes Africaines* 33 (Dakar, 1947) p. 15

19 Alphonse Rebière, *Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités* (Paris, 1889) p. 239 ; (2^{e} édition, Paris, 1893) p. 482

20 Édouard Lucas, « Les appareils de calcul et les jeux de combinaisons » *Revue scientifique (Revue rose)* 45 (1890) p. 8-9

21 Charles Bergmans, *Traité d'arithmétique élémentaire* (Paris, 1890) p. 151

22 Étienne Ducret, *Les passe-temps intellectuels : récréations mathématiques, géométriques, physiques, chimiques, mécaniques, musicales, artistiques et littéraires...* (Paris, 1892) p. 51.

23 Émile Fourrey, *Récréations arithmétiques* (Paris, 1899) problème 208, p. 159.

dans la deuxième moitié du XIX^{e} siècle.

c) Au XX^{e} siècle : les dix-sept chameaux dans tous leurs états.

Le problème des dix-sept chameaux connut au XX^{e} siècle une fortune extraordinaire dans tout le monde occidental, non démentie en ce début de XXI^{e} siècle. L'aspect magique de la solution, l'exotisme du contexte, les nombreuses lectures possibles de l'anecdote lui valurent d'être insérée dans d'innombrables livres, articles, sites ou blogs, de récréations mathématiques bien sûr, mais aussi (et même davantage) de philosophie, de psychologie, de sociologie, de psychanalyse, d'économie, de science politique ou de droit. Dans le domaine littéraire, elle apparut notamment dans les *Kalendargeschichten* (Histoires de Monsieur K.) de Bertolt Brecht (1948) et dans *O Homem que calculava* (L'homme qui calculait) de Jùlio César de Mello e Souza, alias Malba Tahan (1949). Le psychanalyste Jacques Lacan joua un rôle séminal dans sa transmission : le philosophe Jean-Pierre Dupuy la tenait de lui, le sociologue allemand Niklas Luhmann la tenait de Dupuy, le juriste belge François Ost la tenait de Luhmann, le psychanalyste argentin Mauricio Tarrab de sa collègue Marie-José Duffau qui la tenait de Lacan, etc. Tous ces auteurs l'ont abondamment commentée [24].

J'ai constitué, principalement à partir de l'Internet, un corpus provisoire d'une cinquantaine de versions contemporaines du conte en langues européenne. Certaines sont très contemporaines, d'autres suggèrent l'existence de sources antérieures qui m'auraient échappé. La variation observée est ample et instructive. Le personnage du sage ne s'appelle dans aucun cas ‘Alî, mais parfois Hicham, Ibrahim, Mokhtar... Il peut être non seulement, comme dans les versions du XIX^{e} siècle, un juge, un sheikh du voisinage ou un pauvre bédouin, mais encore le moukhtar (maire) du village, une vieille femme, l'oncle des trois frères, le plus jeune des trois, ... Pour *L'épreuve d'exposé au CAPES*, ouvrage déjà évoqué, c'est « un vieux caïd » (chef d'agglomération, à moins d'une confusion entre les mots cadi et caïd). Dans un ouvrage pédagogique suisse [25], ce n'est autre que Nasr al-dîn, personnage récurrent des histoires burlesques dans le monde turc et ottoman depuis le XV^{e} siècle. Le chameau qu'il prête peut être d'une grande beauté ou au contraire borgne et puant. Les trois frères ont souvent des noms, très variables, puisés dans une gamme de noms musulmans classiques. Quant à leur père défunt, totalement absent des sources médiévales, simple père arabe anonyme dans les versions du XIX^{e} siècle, il se nomme au XX^{e} Abdellah, Ismael, Omar, Ahmed ou... Ali, et est tour à tour, un vieil Arabe du temps des Mille et une nuits, un fakir (c'est-à-dire un pauvre) ou un grand vizir (premier ministre), un marchand de chameaux ou un émir du Moyen-Orient, un chef d'une tribu touareg de l'Aïr (Niger) ou un honorable caravanier de Boukhara (Ouzbékistan) !

---

[24] Jean-Pierre Dupuy, « L'autonomie et la complexité sociale », in : *Science et pratique de la complexité* (Paris, 1984) p. 303 ; Niklas Luhmann, « La restitution du douzième chameau : du sens d'une analyse sociologique du droit », *Droit et société* 47 (2001) p.15 et seq. (traduction d'un texte inédit de 1988 suivi de plusieurs articles d'autres auteurs sur le thème du douzième chameau) ; François Ost, « Le douzième chameau, ou l'économie de la justice », in : *Liber amicorum Guy Horsmans* (Bruxelles, 2004) p. 843-867 (douze analyses de l'anecdote) ; Mauricio Tarrab « Dans le cartel on peut obtenir un chameau », *La Cause freudienne / Nouvelle revue de psychanalyse* 51 (2002) p. 138-142 (traduction d'un texte espagnol de 1998).

[25] Gérard Charrière, *Algèbre mode d'emploi* (Lausanne, 1995).

Certaines des variantes numériques qu'autorise le problème sont aussi en circulation : la version à onze chameaux – celle que racontait Lacan –, plus rarement celle à vingt-trois chameaux, et aussi celle à trente-cinq chameaux, que l'on trouve dans *L'homme qui calculait*, fortement déviante en ce sens qu'elle ne redistribue que trente-quatre chameaux et permet ainsi au juge de se rémunérer. Il existe encore des versions transplantées dans d'autres lieux ou d'autres cultures, par exemple dans une communauté juive des Balkans, dans un ranch du Texas ou à la cour d'un maharadja : il ne s'agit plus alors de chameaux, mais de chevaux, de vaches ou... d'éléphants.

Qu'en est-il sur l'Internet arabophone ? Le problème des dix-sept chameaux y est très fortement présent, mais bien différemment de ce qu'on observe en Europe. Il circule essentiellement sur des blogs et forums de discussion, rayonnant pour la plupart à partir de l'Irak ou de Bahrein, les deux pays arabes à majorité chiite. Ce n'est jamais en tant que paradoxe, énigme ou récréation mathématique qu'il est présenté, moins encore en tant qu'apologue ou métaphore pour les sciences humaines, mais en tant que récit authentique, attesté par la tradition, destiné à susciter l'admiration pour l'intelligence et la sagacité de l'imâm ʻAlî, qui a trouvé la solution du délicat problème juridique qui lui était soumis. Certaines visions plus critiques apparaissent cependant sur certains forums de discussion, notamment maghrébins.

Pour finir, je trouverais intéressant de s'interroger sur le signifie le succès du problème des dix-sept chameaux auprès des enseignants français de mathématiques. De quoi est-il signe ? Il me semble que si le problème est posé sans mise en perspective, son bénéfice pédagogique est mince, et risque même d'être négatif si l'élève n'en retient que le côté surnaturel de l'intervention du dix-huitième chameau, en l'absence de tout apport de méthode. Mais si on se donne la peine de l'insérer à la fois dans un contexte mathématique enrichi (proportionnalité, fractions égyptiennes) et dans un contexte culturel authentique (arithmétique juridique musulmane), si l'on dépasse à la fois l'aspect magique de la solution et l'orientalisme de pacotille de l'habillage, si l'on fait sentir la vraie nature mathématique du problème et le vrai contexte de sa formation et de sa circulation, alors il peut représenter une occasion inattendue (et, à mon sens, bienvenue) d'irruption de la mathématique et de la culture arabo-musulmanes dans le cours de mathématiques du collège.

2) **Le problème des huit galettes.**

Deux hommes allaient manger ensemble cinq galettes de pain que possédait l'un et trois galettes que possédait l'autre quand un voyageur demanda à partager leur repas. Ils acceptèrent et mangèrent avec lui les huit galettes, tous mangeant autant. En dédommagement, le voyageur leur laissa huit dirhams. Celui qui avait cinq galettes estima qu'il lui en revenait cinq, et trois à son compagnon. Mais celui-ci pensait qu'il devait revenir quatre dirhams à chacun. Ils portèrent l'affaire devant un juge, qui incita celui qui avait trois galettes à accepter la proposition de l'autre. Devant son refus, le juge lui signifia qu'en vertu du droit, il n'aurait qu'un seul dirham : son compagnon empocherait les sept autres.

Comme le problème des dix-sept chameaux dont j'ai parlé dans le numéro précédent, ce problème des huit galettes présente l'intérêt de faire mettre en œuvre un raisonnement de proportionnalité dans un contexte inusuel. Il est apparemment moins répandu en France,

peut-être parce qu'un peu moins séduisant ; il reste néanmoins assez frappant et sa valeur didactique me semble supérieure. Le raisonnement du juge est qu'il est juste de dédommager les deux hommes proportionnellement, non pas au nombre des galettes qu'ils possédaient, mais au nombre de celles qu'ils possédaient et n'ont pas mangé : $5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$ pour l'un et $3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$ pour l'autre. Pour dissimuler les fractions, on peut supposer d'abord toutes les galettes coupées en trois et raisonner sur les vingt-quatre parts obtenues.

Les problème des huit galettes, comme celui des dix-sept chameaux, fait partie des cas juridiques délicats dont la tradition musulmane, notamment chiite, attribue avec foi la résolution à 'Alî, le gendre du prophète Muhammad. Sa « mouvance textuelle » dans le monde arabo-musulman a déjà fait l'objet d'une belle étude, savante et prudente, à laquelle je renvoie le lecteur intéressé : celle de l'islamologue Frédéric Bauden, menée à partir de vingt-cinq sources, tant chiites que sunnites, écrites entre 900 et 1900 [26] . Vingt-quatre de ces vingt-cinq sources mentionnent 'Alî. Mais la dernière, en fait l'une des plus anciennes, offre une version de l'anecdote qui diffère de toutes les autres sur plusieurs points : sa localisation « au bord d'un fleuve », le personnage du juge (qui n'est pas 'Alî, mais un anonyme « juge appartenant aux maîtres de la loi »), le nombre de galettes (non pas huit, mais cinq, réparties en trois et deux) et l'explication du jugement, ici absente, le lecteur étant enjoint de s'y coller : « Réfléchis-y, mon frère... » Cette version atypique se trouve dans la quarante-sixième épître des Ikhwân al-safâ' (Frères de la pureté), nom d'une société secrète philosophique ismaélienne active à Bassorah (Irak) dans la seconde moitié du X^{e} siècle. Bauden conclut qu'il y eut passage (sans qu'on puisse dire dans quel sens) d'une forme narrative à une autre : l'énigme de type mathématique et initiatique d'une part, le récit hagiographique à portée juridique d'autre part.

J'ai cherché les occurrences occidentales de l'anecdote des galettes antérieures au XX^{e} siècle et n'en ai jusqu'à présent trouvé que cinq : une médiévale et quatre contemporaines. C'est un corpus trop limité pour pouvoir esquisser des routes de circulation, mais il donne une idée de la complexité du sujet.

La première version occidentale que j'ai trouvée est dans le *Liber abaci* de Leonardo Fibonacci Pisano (début du XIII^{e} siècle) [27] . Auprès d'une source, deux hommes partagent cinq pains avec un soldat qui leur laisse cinq besants (monnaie d'or byzantine). Aucun juge n'intervient, car Fibonacci demande à son lecteur de résoudre lui-même le conflit. Le nombre de pains et, accessoirement, la présence de l'eau, rapprochent cette version de la seule version arabe à cinq galettes : celle des Frères de la pureté. On sait – l'intéressé le raconte lui-même dans l'introduction du *Liber abaci* – que Fibonacci a été en contact avec le monde arabe : initié aux mathématiques au Maghreb central pendant son adolescence, il a ensuite voyagé dans plusieurs pays d'Orient : il n'est pas impossible qu'il ait rencontré quelque savant musulman lecteur des Frères de la pureté – pourquoi pas par exemple le grand mystique Muhî al-dîn Ibn al-'Arabî, son contemporain ?

---

[26] Frédéric Bauden, « Comment diviser huit en trois parts égales ? de l'anecdote au récit à énigme dans la tradition arabe », in : *Le répertoire narratif arabe médiéval : transmission et ouverture* (Liège, 2008) p. 87-105.

[27] *Fibonacci's Liber abaci*, trad. anglaise de Laurence Sigler (New York, 2002) p. 403 : *De duobus hominibus habentibus panes*

La deuxième version que j'ai trouvée est anglaise et date de 1812 [28]. L'anecdote a été transférée dans l'exotique et mystérieuse Espagne, et compliquée à plaisir pour être prétexte à une mise en équations. Sous un arbre, deux muletiers espagnols partagent cinq galettes et... une bouteille de vin avec un étranger qui leur laisse 6 shillings et $5\frac{1}{2}$ pence ! Je le traduis intégralement pour le lecteur qui trouvera sûrement agrément à le résoudre :

> Deux muletiers espagnols, A et B, étaient assis sous un arbre pour dîner ; en examinant leurs provisions, ils trouvèrent qu'ils avaient cinq petites galettes de pain, dont trois étaient la propriété de A, et une bouteille de vin qui était à B. Un étranger venant à passer dans ce moment, ils l'invitèrent à partager leur repas, qui était juste suffisant pour trois personnes. L'étranger satisfait de cet accueil leur donna en les quittant toute la monnaie espagnole qu'il avait sur lui, qui se montait à 6 shillings et $5\frac{1}{2}$ pence, à partager équitablement entre eux [note : un shilling = douze pence]. Avec autant de shillings qu'une galette coûte de pence, et quatre pence de plus, on pourrait acheter à la ville voisine six de ces galettes et quatre bouteilles du même vin. Quand l'argent fut divisé, B reçut 1 shilling et $10\frac{1}{2}$ pence de plus que A. Quel était le prix de chaque galette et celui d'une bouteille de vin ? Réponse : une galette coûte 7 pence et une bouteille de vin $11\frac{1}{2}$ pence. [29]

Le *Liber Abaci* de Fibonacci, resté manuscrit jusqu'en 1854, n'a probablement pas inspiré cette version : il faut sans doute postuler des versions européennes intermédiaires, avec ou sans bouteille de vin.

La troisième version que j'ai repérée, celle d'un professeur de mathématiques français nommé Labosne, date de 1874 [30]. Deux Arabes partagent huit plats de même valeur avec un troisième Arabe qui leur laisse huit deniers ; c'est encore au lecteur d'arbitrer leur différend. On voit que l'ordinaire est à nouveau amélioré, puisqu'il ne s'agit plus de simples galettes de pain, mais de plats variés : un vrai *mezze* pour deux personnes comme dans les restaurants libanais, mais sans vin ! Plus sérieusement, le mot *denier* rend peut-être ici le mot *dinar*, qui a la même origine latine. Dans l'Islam ancien, le dinar est la monnaie d'or et le dirham la monnaie d'argent.

La quatrième version, française aussi, est celle d'Émile Fourrey publiée en 1899 [31]. Deux Arabes partagent huit pains avec un voyageur qui leur laisse huit pièces d'or ; leur différend est arbitré par un *cadi*, c'est-à-dire un juge musulman.

---

[28] Miles Bland, *Algebraical problems, producing simple and quadratic equations* (Cambridge, 1812), p. 321. Ce livre a été réédité de nombreuses fois, beaucoup commenté, traduit en français et allemand.

[29] La réponse numérique donnée par Bland a plusieurs fois été crue fausse. Le traducteur francophone Henri Faucherres (Lausanne, 1847) alla jusqu'à modifier les données du problème afin de la retrouver ! Son erreur, facile à reconstituer, était de répartir la somme laissée par l'étranger proportionnellement aux provisions des muletiers.

[30] Claude Gaspard Bachet de Méziriac, *Problèmes plaisants et délectables*, troisième édition revue et complétée par A. Labosne (Paris, 1874) p. 181. Les deux premières éditions (1612, 1624), ne contenaient pas notre problème, qui se trouve en tête du « supplément » de Labosne en 1874.

[31] Émile Fourrey, *Récréations arithmétiques* (Paris, 1899) problème 209, p. 160

La cinquième version se trouve dans un manuel américain de conversation allemande publié en 1900 [32] ! Auprès d'une source (*An einer Quelle*), deux voyageurs en Arabie partagent huit pains avec un étranger qui leur laisse huit pièces d'or (*Goldstücke*) ; leur différend est arbitré par un juge (*Richter*).

Ces trois dernières versions sont assez proches, mais ne peuvent dériver l'une de l'autre, puisque chacune contient un élément (la source, le cadi) absent des précédentes et présent dans les sources anciennes. Je suis tenté de rapporter les versions françaises à des sources orales venues de l'Algérie coloniale, indépendamment de la tradition européenne médiévale qui passe par Fibonacci. C'est aussi, on l'a vu, par l'Algérie que le problème des dix-sept chameaux a été connu en France à fin du XIX^{e} siècle, et le fait qu'il précède immédiatement le problème des huit galettes dans les *Récréations* de Fourrey pourrait être l'indice d'une origine commune. Nul doute, quoi qu'il en soit, que cette petite histoire de galettes a embarqué bien plus d'une fois vers le monde occidental !

3) **Le problème des quatre-vingt un palmiers.**

Un père meurt en laissant quatre-vingt un palmiers à ses neuf fils. Le premier palmier produit une livre de dattes par an, le deuxième produit deux livres, et ainsi de suite jusqu'au quatre-vingt unième. Comment répartir les palmiers entre les héritiers de sorte que tous bénéficient du même nombre d'arbres et de la même récolte annuelle de dattes ?

Contrairement aux problèmes des dix-sept chameaux et des huit galettes, objets des deux précédents articles de cette série, celui des des quatre-vingt un palmiers semble à peu près inconnu en France, en tout cas invisible sur l'Internet. On le trouve en revanche sur de très nombreuses pages de l'Internet arabophone, notamment au sein de sites scolaires ou universitaires sur les mathématiques, et dans un contexte de glorification des succès scientifiques des Arabes dans les sciences. Bien qu'il se présente encore comme un problème de partage d'héritage, sa nature mathématique et son histoire diffèrent profondément de celles du problème des dix-sept chameaux. Voici le résultat de mes investigations historiques, qui m'ont cette fois conduit jusqu'à Istanbul !

Première remarque : le problème revient à construire un tableau à 9 lignes et 9 colonnes, où apparaissent tous les entiers de 1 à 81 et dont toutes les colonnes ont la même somme. Un tel tableau étant construit, il suffit en effet d'attribuer au i^{e} héritier les palmiers dont les productions de dattes annuelles apparaissent sur la i^{e} colonne. En particulier, tout carré magique d'ordre 9 répond à la question : dans un carré magique, les colonnes, mais aussi les lignes et les diagonales doivent, toutes, avoir la même somme. Si je parle ici de carrés magiques, c'est parce qu'ils sont l'objet d'une très ancienne tradition mathématique arabe. Ainsi, Abû l-Wafâ' al-Buzjânî (940-977) et Ibn al-Haytham (965-1039) donnent les carrés magiques d'ordre 9 suivants, construits l'un par une succession de carrés magiques concentriques autour du coefficient médian et l'autre par un placement diagonal un peu particulier des nombres consécutifs de 1 à 81 [33] :

---

[32] Bert John Vos, *Materials for German Conversation: With Notes and Vocabulary* (New York, 1900) p. 88-89.

[33] Jacques Sesiano, *Les carrés magiques dans les pays islamiques* (Lausanne, 2004) p. 24 et 121

$$\begin{pmatrix} 8 & 80 & 78 & 76 & 75 & 12 & 14 & 16 & 10 \\ 67 & 22 & 64 & 62 & 61 & 26 & 28 & 24 & 15 \\ 69 & 55 & 32 & 52 & 51 & 36 & 34 & 27 & 13 \\ 71 & 57 & 47 & 38 & 45 & 40 & 35 & 25 & 11 \\ 73 & 59 & 49 & 43 & \mathbf{41} & 39 & 33 & 23 & 9 \\ 5 & 19 & 29 & 42 & 37 & 44 & 53 & 63 & 77 \\ 3 & 17 & 48 & 30 & 31 & 46 & 50 & 65 & 79 \\ 1 & 58 & 18 & 20 & 21 & 56 & 54 & 60 & 81 \\ 72 & 2 & 4 & 6 & 7 & 70 & 68 & 66 & 74 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 37 & 78 & 29 & 70 & 21 & 62 & 13 & 54 & 5 \\ 6 & 38 & 79 & 30 & 71 & 22 & 63 & 14 & 46 \\ 47 & 7 & 39 & 80 & 31 & 72 & 23 & 55 & 15 \\ 16 & 48 & 8 & 40 & 81 & 32 & 64 & 24 & 56 \\ 57 & 17 & 49 & 9 & \mathbf{41} & 73 & 33 & 65 & 25 \\ 26 & 58 & 18 & 50 & 1 & 42 & 74 & 34 & 66 \\ 67 & 27 & 59 & 10 & 51 & 2 & 43 & 75 & 35 \\ 36 & 68 & 19 & 60 & 11 & 52 & 3 & 44 & 76 \\ 77 & 28 & 69 & 20 & 61 & 12 & 53 & 4 & 45 \end{pmatrix}$$

Cela dit, il n'est peut-être pas judicieux de rapprocher notre problème de la tradition des carrés magiques. Des problèmes voisins de celui des quatre-vingt un palmiers existaient dans les mathématiques européennes médiévales, qui ignoraient presque totalement les carrés magiques. Le plus proche semble être celui des neuf tonneaux de vin, issu du livre de calcul d'une abbaye bénédictine allemande au milieu du XV$^{\text{e}}$ siècle [34] : neuf tonneaux, dont les contenances sont de une urne, deux urnes,..., jusqu'à neuf urnes, doivent être répartis entre trois personnes de sorte que toutes bénéficient du même nombre de tonneaux et du même nombre d'urnes de vin. La solution, donnée sous forme de tableau carré, non magique, ne laisse pas deviner un mode de construction généralisable [35] :

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 9 \\ 6 & 3 & 5 \\ 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

En Orient, l'histoire du problème des quatre-vingt un palmiers est celle-ci. Il avait été posé et cherché en vain par des savants vivant en Inde quand l'un d'eux, qu'on appelait le mollah (*mulâ*) Muhammad, le soumit, à l'occasion du grand pèlerinage à la Mecque de l'année 998 après l'Hégire (1590 après J.-C.), à un fameux mathématicien qui vivait alors dans cette ville : Ibn Hamza, originaire d'Alger et qui avait longtemps vécu à Istanbul. L'un et l'autre ignoraient apparemment tout des carrés magiques, bien que la tradition en fût

[34] *Practica des Algorismus Ratisbonensis* (Kurt Vogel éd.) (Munich, 1954) p. 182.

[35] Comparer aussi avec ce problème posé par Tartaglia, repris notamment par Bachet de Méziriac, puis Émile Fourrey : ⟪ Trois hommes ont à partager 21 tonneaux, dont il y en a sept pleins de vin, sept vides, et sept pleins à demi. Je demande comment peut se faire le partage, en sorte que tous trois aient un égal nombre de tonneaux, et égale quantité de vin. ⟫ Claude Gaspard Bachet de Méziriac, *Problèmes plaisants et délectables* (1614) p. 161-164.

toujours vivace à leur époque dans le monde islamique (vers 1600, l'Égyptien Muhammad Shabrâmallisî y consacra encore un traité). Le problème posé par le mollah indien était à la vérité plus facile qu'une construction de carré magique, et Ibn Hamza ne fut pas long à en trouver une solution. Il l'intégra alors sous le nom de « problème de la Mecque » à la fin du gros traité d'arithmétique auquel il mettait la dernière main. Il avait choisi d'écrire ce traité en langue turque ottomane, mais de lui laisser un titre arabe : *tuhfat al-a'dâd li al-dhawî al-rushd wa al-sadâd*, c'est-à-dire : Le trésor des nombres pour qui est doté de raison et de bon sens. Achevé en 1591, l'ouvrage semble avoir connu un certain succès et circulé jusqu'en Égypte (deux copies en sont aujourd'hui au Caire). Cependant, il resta inconnu des historiens des mathématiques jusqu'à ce que Sâlih Zekî, jeune ingénieur turc formé en France et passionné d'histoire des sciences, en découvrît une autre en 1888 au Grand bazar d'Istanbul : il en décrivit le contenu dans son histoire des mathématiques *Âsâr-ı Bâkiye* (Les vestiges qui restent, Istanbul, 1913), insistant notamment sur le problème des quatre-vingt un palmiers et la solution fournie par Ibn Hamza. Voici quelle est, selon Sâlih Zekî, cette solution, donnée sous forme de tableau :

$$\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 17 & 16 & 15 & 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 18 \\ 25 & 24 & 23 & 22 & 21 & 20 & 19 & 27 & 26 \\ 33 & 32 & 31 & 30 & 29 & 28 & 36 & 35 & 34 \\ 41 & 40 & 39 & 38 & 37 & 45 & 44 & 43 & 42 \\ 49 & 48 & 47 & 46 & 54 & 53 & 52 & 51 & 50 \\ 57 & 56 & 55 & 63 & 62 & 61 & 60 & 59 & 58 \\ 65 & 64 & 72 & 71 & 70 & 69 & 68 & 67 & 66 \\ 73 & 81 & 80 & 79 & 78 & 77 & 76 & 75 & 74 \end{pmatrix}$$

Le lecteur observera facilement la logique de construction de ce tableau ; elle est astucieuse, mais simple et généralisable à n^2 palmiers.

Comme Ibn Hamza lui-même, Sâlih Zekî écrivait en turc ottoman. Aussi ses recherches n'acquirent-elles la notoriété dans le monde arabe que lorsque Qadrî Hâfidh Tûqân, professeur de mathématiques et homme politique palestinien, en parla en 1941 dans un livre en langue arabe [36] . Cependant, son information sur Ibn Hamza et le problème de la Mecque venait exclusivement de Sâlih Zekî. Depuis, les nombreux auteurs arabes qui ont célébré, avec une certaine exagération, le génie de Ibn Hamza se sont appuyés sur Qadrî Hâfidh Tûqân, et donc, indirectement, sur Sâlih Zekî ; aucun n'a jamais revu le manuscrit de Ibn Hamza [37] . C'est pourquoi j'eus en 2009 la curiosité de me rendre à Istanbul pour consulter le manuscrit du traité de Ibn Hamza que conserve la fabuleuse bibliothèque Süleymaniye

[36] Qadrî Hâfidh Tûqân, *turâth al-'arab al-'ilmî fî al-riyâdiyyât wa al-falak* (Le patrimoine scientifique des Arabes en mathématiques et en astronomie) (Beyrouth et le Caire, 1941). Plusieurs rééditions.

[37] Deux exemples récents : Muhammad 'Âdil Sawdân et Sâmî Chalhoub, « Ibn Hamza al-Maghribî », *al-mawsû'a al-'arabiyya* (Encyclopédie arabe) (Damas, 2005) 5 p. en ligne (en arabe) ; Abû Bakr Khalid Sa'adallâh, « Ibn Hamza al-Jazâ'irî (q. 10 H / 16 G) muddaris al-riyâdiyyât fî makka al-mukarama », *majallat al-dâra* 3, p. 105-116 (en arabe).

Kütüphanesi – j'en connaissais l'existence grâce à mon collègue tunisien Mahdi Abdeljaouad [38]. Première surprise : il ne s'agissait pas de celui qu'avait acheté et décrit Sâlih Zekî (dont je n'ai pas pu retrouver la trace), mais d'une copie postérieure (1605 après J.-C.) dont les diverses parties ont été copiées dans le désordre ! Cependant, et bien que que je ne lise pas le turc, la forte densité de mots arabes m'a permis de localiser l'énoncé des quatre-vingt un palmiers, la mention du nom et de la nationalité de celui qui l'a posé et la date correspondante, puis la solution sous forme de tableau... Mais seconde surprise : la solution proposée n'est pas celle décrite plus haut !

À sa place, un autre tableau, rempli en chiffres arabes orientaux. À la première ligne se trouvent, de droite à gauche, les nombres de 1 à 9 ; à la seconde, de gauche à droite, les nombres de 10 à 18 ; à la troisième, de droite à gauche, les nombres de 19 à 27, et ainsi jusqu'au nombre 63 sur la septième ligne. Les deux dernières lignes sont particulières : d'une part elles sont reliées entre elles par des traits entrecroisés qui apparient leurs termes de façon bijective, d'autre part elles sont suivies d'une dixième ligne où figurent les indices 1 à 9 dans l'ordre suivant : $6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5$ (en lisant de droite à gauche). Il y a là une forme d'indexation indirecte, dont mon interprétation est la suivante : l'héritier i reçoit, outre les sept arbres dont les numéros sont sur les sept premières lignes de la colonne i, l'arbre dont le numéro est sur la neuvième ligne au dessus de l'indice i et celui dont le numéro est sur la huitième ligne et relié par un trait au précédent. Ce mode de lecture semble d'ailleurs confirmé par le peu que je comprends des explications qui suivent le tableau. Il l'est surtout lorsqu'on écrit ce qu'on obtient en rétablissant les deux dernières lignes :

$$\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 27 & 26 & 25 & 24 & 23 & 22 & 21 & 20 & 19 \\ 28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 \\ 45 & 44 & 43 & 42 & 41 & 40 & 39 & 38 & 37 \\ 46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 \\ 63 & 62 & 61 & 60 & 59 & 58 & 57 & 56 & 55 \\ 65 & 67 & 69 & 71 & 64 & 66 & 68 & 70 & 72 \\ 76 & 75 & 74 & 73 & 81 & 80 & 79 & 78 & 77 \end{pmatrix}$$

car c'est bien là une (autre) solution du problème !

Comment expliquer la différence entre les solutions données dans « mon » manuscrit et dans celui qu'examina Sâlih Zeky ? On peut penser que pour Ibn Hamza, la résolution de ce problème soumis par des savants étrangers avait constitué une sorte de titre de gloire : il a pu prendre plaisir à repenser à la question et en trouver ainsi une deuxième solution, en un sens plus simple, qu'il a fait le choix d'enseigner à la place de la première [39].

[38] Il s'agit du manuscrit Esad Efendi 3151-1. Voir aussi : Pierre Ageron, « Ibn Hamza a-t-il découvert les logarithmes ? », *Actes du XVIII*^{e} *colloque inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques*, IREM de Basse-Normandie, à paraître.

[39] Dans la copie que j'ai consultée, un feuillet adventice, collé face écrite sur un des feuillets du livre, laisse voir par transparence une autre grille de 81 cases garnies de nombres : elle est malheureusement peu lisible, mais il pourrait bien s'agir d'une troisième solution !

Quoi qu'il en soit, je laisse au lecteur le plaisir et la gloire d'en trouver d'autres encore !